●スポーツ科学部・教育学部 一般選抜 数学

1	ア−3	2	ア−7	セ−1	3	ア−2	セ−1	ヒ−9
	イ−2		イ−2	ソ−1		イ−0	ソ−2	フ−2
	ウ−1		ウ−1	タ−0		ウ−2	タ−1	ヘ−3
	エ−7		エ−0	チ−1		エ−1	チ−0	ホ−2
	オ−8		オ−1	ツ−1		オ−2	ツ−2	マ−9
	カ−4		カ−4	テ−0		カ−9	テ−9	ミ−2
	キ−8		キ−1	ト−1		キ−2	ト−2	ム−1
	ク−5		ク−2	ナ−1		ク−0	ナ−2	
	ケ−2		ケ−7	ニ−2		ケ−2	ニ−5	
	コ−5		コ−2	ヌ−1		コ−9	ヌ−4	
	サ−8		サ−1	※ネ−2(5)		サ−2	ネ−1	
	シ−9		シ−2	ノ−1		シ−0	ノ−3	
			ス−9	※ハ−5(2)		ス−2	ハ−2	

※2ネが2の場合はハを5とする。
ネが5の場合はハを2とする。

1 解説

(A)
平均値がそれぞれ $30, 12$ なので，

$$a+30+26+28+34=30\cdot 5, \quad 15+11+c+d+17=12\cdot 5$$

を解いて，$a=32, c+d=17$ を得る．

(B)
分散 b は定義通り計算すればよい．

$$b=\frac{1}{5}\left\{(32-30)^2+(30-30)^2+(26-30)^2+(28-30)^2+(34-30)^2\right\}=8$$

(C)
共分散をそれぞれの分散の平方根で割ることで相関係数になるので，これを用いて計算すれば良い．

(D)
共分散は

$$\frac{1}{5}\{2\cdot 3+0\cdot(-1)+(-4)\cdot(c-12)+(-2)\cdot(d-12)+4\cdot 5\}$$
$$=\frac{-4c-2d+98}{5}$$

である．共分散が $\dfrac{48}{5}$ であることから，

$$\frac{-4c-2d+98}{5}=\frac{48}{5}$$

を解いて，$2c+d=25$ を得る．

(E)
(A), (D) より，

$$\begin{cases} c+d=17 \\ 2c+d=25 \end{cases}$$

を解いて $c=8, d=9$ を得る．

2 解説

(A)
単なる 2 乗の計算である．

(B)
誘導にしたがって解けば良い．まず，$t^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2$ より，

$$\frac{f(x)}{x^2}=x^2+2x-7+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=t^2+2t-9$$

である．2 次方程式の解の公式から，方程式 $t^2+2t-9=0$ の解は，

$$t=-1\pm\sqrt{10}$$

である．$t=x+1/x=-1\pm\sqrt{10}$ なので，両辺に x を掛けて整理すると x についての 2 次方程式

$$x^2+(1\pm\sqrt{10})x+1=0$$

が得られ，ふたたび 2 次方程式の解の公式を用いて，解

$$x=\frac{1}{2}\left(-1-\sqrt{10}\pm\sqrt{7+2\sqrt{10}}\right)$$
$$x=\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{10}\pm\sqrt{7-2\sqrt{10}}\right)$$

を得る．最後に (A) を用いて 2 重根号を書き換えることで最終形を得る．

3 解説

(A)
単なる計算である．なお，この計算結果から三角形 ABC は直角三角形となっていることがわかる．

(B)
$20^2+21^2=29^2$ なので，問題の三角形は $\angle\mathrm{B}$ が直角な直角三角形である．したがって，三角比の定義から，

$$\cos\mathrm{C}=\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CA}}=\frac{21}{29},\ \sin\mathrm{C}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{CA}}=\frac{20}{29},\ \tan\mathrm{C}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}=\frac{20}{21}.$$

(C)
問題の三角形は $\angle\mathrm{B}$ が直角な直角三角形なので，面積は，

$$\frac{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}}{2}=210.$$

外接円の半径を R と置くと，正弦定理より，

$$R=\frac{29}{2\sin 90^\circ}=\frac{29}{2}.$$

円周角の定理から，線分 CA が外接円の直径になることがわかるので，これを使って求めても良い．

(D)
重心は点 C から線分 AB の中点 M を結ぶ線分を $2:1$ に内分する点なので，

$$\mathrm{CG}=\frac{2}{3}\mathrm{CM}=\frac{2}{3}\sqrt{21^2+10^2}=\frac{2\sqrt{541}}{3}.$$

外心は外接円の中心なので，$\mathrm{CO}=29/2$．内心は内接円の中心であり，三角形の三辺の長さの和 70，面積 210，内接円の半径 r と $70r=2\times 210$ の関係があるので，ここから $r=6$ がわかる．線分 BC と内接円の接点を N とすると，三角形 CIN に三平方の定理を適用できるので，

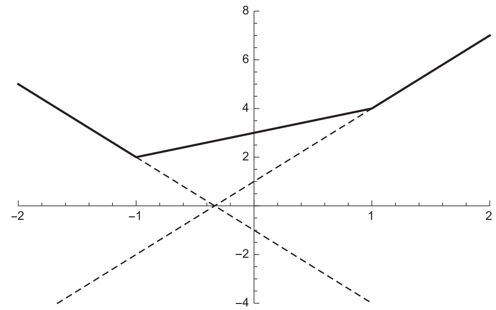
$$\mathrm{CI}=\sqrt{(21-r)^2+r^2}=3\sqrt{29}.$$

最後に垂心は三角形の各頂点から対辺におろした垂直線の交わる点なので，問題の三角形の点 B が垂心となることがすぐにわかる．したがって，$\mathrm{CH}=\mathrm{CB}=21$.

4 解説

(A)
x^2 の係数が正なので，$y=x^2+px+q$ のグラフは下に凸であって，$x=0,2$ で x 軸と交わるので，$y=x(x-2)=x^2-2x$ である．したがって，$p=-2,\ q=0$.

(B)



(C)
定義域 $-1\leqq x\leqq 1$ において $a^2|x-1|+2a|x+1|=(-a^2+2a)x+(a^2+2a)(=F(x)$ とおく）である．傾き $-a^2+2a=-a(a-2)$ は $0\leqq a\leqq 2$ で正，それ以外で負だから，$y=F(x)$ は $0\leqq a\leqq 2$ のときは増加，$a<0, a>2$ のときは減少する直線であることがわかる．

(a) $0\leqq a\leqq 2$ のとき，値域は $F(-1)\leqq y\leqq F(1)$ であり，$0\leqq F(-1)=2a^2\leqq 8$，$0\leqq F(1)=4a\leqq 8$ である．したがって，このときの値域は $0\leqq y\leqq 8$ に含まれる．

(b) $a<0$ のとき，値域は $F(1)\leqq y\leqq F(-1)$ であり，$F(1)<0, F(-1)>0$ だから，このとき値域は $0\leqq y\leqq 8$ に含まれない．

(c) $a>2$ のとき，値域は $F(1)\leqq y\leqq F(-1)$ であり，$F(1)>8, F(-1)>8$ だから，このとき値域は $0\leqq y\leqq 8$ に含まれない．

以上から，$0\leqq a\leqq 2$ が解である．